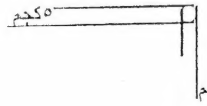
أولاً : أكمل :

١) زاوية الاحتكاك هى الزاوية المحصورة بين قوة رد الفعل العمودى ورد الفعل المحصل .

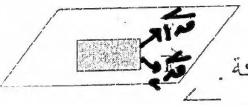
٢) معامل الاحتكاك هو النسبة بين قوة الاحتكاك النهائي ورد الفعل العمودى



٣) فى الشكل المقابل : إذا كانت المجموعة على وشك الحركة ،

فإن معامل الاحتكاك = ...$\frac{2}{5}$...... .

٤) إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها = حتا$^{-1}$ $\frac{3}{5}$ و كان على وشك الإنزلاق فإن معامل الاحتكاك = ...$\frac{4}{3}$...... .



٥) فى الشكل المقابل : إذا كانت ق١ = ٣ س - ٤ ص ، ق٢ = ٨ س + ٦ ص ،

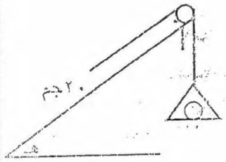
و كان معامل الاحتكاك بين الجسم و المستوى = $\frac{1}{\sqrt{5}}$ و كان الجسم على وشك الحركة .

فإن كتلة الجسم = ..٢٥.... جم.

(|| ق١ || ، || ق٢ || ، بثقل الجرام)

٦) إذا كانت قوة الاحتكاك النهائى = ٦٠ نيوتن ، و معامل الاحتكاك = ٠,٧٥ ، فإن رد الفعل المحصل = ١٠٠ نيوتن

٧) إذا كان معامل الاحتكاك بين جسم و مستوى = ١ ، فإن قياس زاوية الاحتكاك = ...٤٥°...... .



٨) فى الشكل المقابل :: طا هـ = $\frac{4}{3}$ ، و كتلة كفة الميزان = ١جم

و كتلة الجسم على المستوى ٢٠جم . أوجد :

أ) إذا كان أصغر ثقل يوضع فى الكفة لحفظ التوازن = ٧ث جم،

فإن معامل الاحتكاك = ...$\frac{2}{3}$...... .

أأ) أكبر ثقل يوضع فى الكفة لحفظ التوازن = ...٢٣.... ث جم .

٩) إذا كانت ق١ = ٣ س + ٤ ص تؤثر فى النقطة أ(٢ ، -١) ، ق٢ = م س + ٤ ص تؤثر فى النقطة ب(٤ ، ٣)

فإن :

أ) عزم ق١ حول أ = ...(٠)... أو (و)

أأ) البعد بين نقطة ب و خط عمل ق١ = ...$\frac{4}{5}$ وحدة طول

أأأ) المركبة الجبرية للقوة ق١ فى اتجاه أب = ...$\frac{11}{\sqrt{5}}$......

أ٧) إذا كانت ق١ // ق٢ ، فإن م = ...٣...... ، و محصلة ق١ ، ق٢ تمر بالنقطة .(٣ ، ١).

١٠) إذا كان أ = ٢س - ٣ص ، ب = س + ص ، ج = س - ص فإن :

أ) أ × (ب × ج) = ...٦ ع + ٤ ك...... أأ) (أ × ب) ⊙ ج = ...صفر...... .

أأأ) (أ + ب) ⊙ ج = ...٥...... .

أ٧) مساحة سطح المثلث المرسوم على ب ، ج = ...(١)... وحدة مربعة

(١١) إذا كان $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ متجهي وحدة قياس الزاوية بينهما = θ فإن ٢($\overleftarrow{أ}$ ⊙ $\overleftarrow{ب}$) || $\overleftarrow{أ}$ × $\overleftarrow{ب}$ || = جا ٢θ . .

(١٢) إذا كانت $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ قوتان متوازيتان متضادان في الاتجاه فإن محصلتهما $\overleftarrow{ح}$ = $\overleftarrow{ق_1}$ - $\overleftarrow{ق_2}$

(١٣) قوة $\overleftarrow{ق}$ عزمها بالنسبة للنقطة (٣ ، ٤) = ١٠ $\overleftarrow{ع}$ ، وعزمها بالنسبة للنقطة (-١ ، ٢) = -١٠ $\overleftarrow{ع}$ فإنها عزمها حول النقطة (١ ، ٣) يساوي $\overleftarrow{٠}$

(١٤) إذا كان $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ متجهي وحدة فإن ($\overleftarrow{أ}$ ⊙ $\overleftarrow{ب}$)٢ + || $\overleftarrow{أ}$ × $\overleftarrow{ب}$ ||٢ = ...١.... .

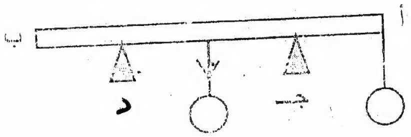
(١٥) قوة $\overleftarrow{ق}$ = ٢ $\overleftarrow{س}$ - ٥ $\overleftarrow{ص}$ عزمها بالنسبة للنقطة (١ ، ٣) = $\overleftarrow{٠}$ فإن عزمها بالنسبة للنقطة (-١ ، -٣) = ...-٢٢ $\overleftarrow{ع}$

(١٦) إذا كانت محصلة قوتين متوازيتين = ٤ $\overleftarrow{س}$ + ٥ $\overleftarrow{ص}$ وكانت إحدى هاتين القوتين تساوي ١٢ $\overleftarrow{س}$ + ك $\overleftarrow{ص}$ فإن ك = ..١٥... ، القوة الثانية = -٨ $\overleftarrow{س}$ + ١٠ $\overleftarrow{ص}$

(١٧) قياس الزاوية بين المتجهين ٣ $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$ ، ٨ $\overleftarrow{س}$ - ٦ $\overleftarrow{ص}$ يساوي ...٩٠° .

(١٨) إذا كانت $\overleftarrow{ق_1}$ // $\overleftarrow{ق_2}$ ، || $\overleftarrow{ق_1}$ || = ١٠ نيوتن ، || $\overleftarrow{ح}$ || = ٦ نيوتن فإن || $\overleftarrow{ق_2}$ || = ٤ أو ١٦ .. نيوتن.

(١٩) في الشكل المقابل:-



أ جـ = ب د = $\frac{1}{2}$ جـ د

ووزن القضيب ٧ نيوتن يؤثر في منتصفه

أكبر ثقل يعلق من أ لحفظ التوازن = ..٧.. نيوتن

وعندئذ يكون الضغط عند جـ = ..١٤.. نيوتن ، الضغط عند د = .صفر.. نيوتن.

(٢٠) إذا انعدم مجموع عزوم عدة قوى حول نقطة أ فإن خط عمل المحصلة يمر بنفس النقطة أ

(٢١) إذا انعدم مجموع متجهات مجموعة من القوى فإن هذه المجموعة .غير متزنة

(٢٢) إذا كانت $\overleftarrow{ق_1}$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ - ٤ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ = أ $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$ تؤثران في النقطتين (٢ ، ٥) ، (-١ ، ٤) على الترتيب وتكونان ازدواجاً فإن:-

(I) معيار عزم الازدواج = ...١٥.... .

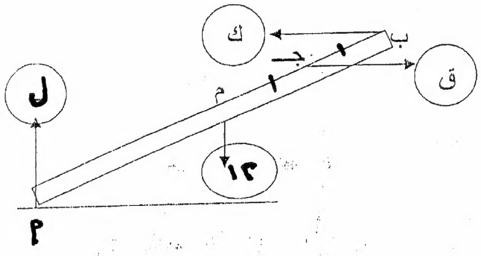
(II) مجموع عزمي $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ بالنسبة للنقطة (٥ ، $\sqrt{3}$) = -١٥ $\overleftarrow{ع}$

(٢٣) إذا كان أ (٢ ، ٣) ، ب (-١ ، ٧) فإن مركبة القوة $\overleftarrow{ق}$ = ٢٠ $\overleftarrow{س}$ - ١٥ $\overleftarrow{ص}$ في اتجاه $\overleftarrow{أ ب}$ = $(\frac{٧٢}{٥} ، \frac{-٩٦}{٥})$

(٢٤) لأي ثلاث متجهات غير صفرية $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ ، $\overleftarrow{جـ}$ تقع في مستوى واحد يكون ($\overleftarrow{أ}$ × $\overleftarrow{ب}$) ⊙ $\overleftarrow{جـ}$ = ..صفر .

(٢٥) يتكافأ ازدواجين $\overleftarrow{ج_1}$ ، $\overleftarrow{ج_2}$ إذا كان $\overleftarrow{ج_1}$ = $\overleftarrow{ج_2}$ ويتزنان إذا كان $\overleftarrow{ج_1}$ + $\overleftarrow{ج_2}$ = $\overleftarrow{٠}$

(٢٦) من الممكن أن يتزن سلم إذا ارتكز بطرفه العلوي على حائط رأسي أملس وبطرفه السفلي على أرض أفقية .خشنة



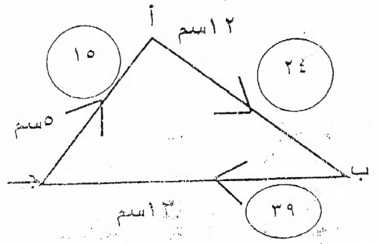
(٢٧) في الشكل المقابل:- ٤أب = ب جـ

أ ب قضيب منتظم وزنه ١٢ نيوتن ، جا هـ = $\frac{٣}{٥}$

ومتزن تحت تأثير القوى الموضحة

∴ ق + ك + ل = ..٦٠.٧. نيوتن.

(٢٨) إذا اتزن ازدواجين $\overleftarrow{ج_١}$ ، $\overleftarrow{ج_٢}$ وكان $\overleftarrow{ج_١}$ = ١٥ $\overleftarrow{ع}$ فإن $\overleftarrow{ج_١}$ - $\overleftarrow{ج_٢}$ = ...٣٠ $\overleftarrow{ع}$.



(٢٩) في الشكل المقابل:- (مقادير القوى بالنيوتن)

(I) مجموع عزوم القوى حول أ = ...١٨٠

(II) مجموع عزوم القوى حول ب = ...١٨٠.

(III) مجموع عزوم القوى حول جـ = ...١٢٠.

(VI) مقدار القوة التي تضاف للمجموعة لتكافي ازدواج = ..١٢... نيوتن وتؤثر في .م ك..

ويكون معيار عزم هذا الازدواج = ..١٨٠. نيوتن.سم

(٣٠) إذا كونت مجموعة من القوى ازدواج وكانت النقط أ ، ب ، جـ في مستوى هذه القوى وكان $\overleftarrow{ج_ب}$ + $\overleftarrow{ج_جـ}$ = ٢٢ $\overleftarrow{ع}$ فإن $\overleftarrow{ج_م}$ = ..١١ $\overleftarrow{ع}$.

« إجابة الأسئلة النظرية والمسائل »

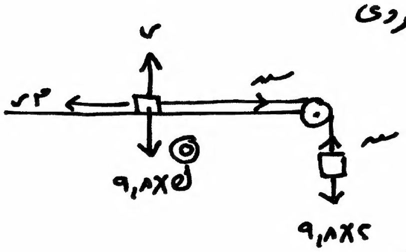
الحل :-

(١) قوة رد الفعل المحصل ورد الفعل العمودي

(٢) قوة الاحتكاك النهائي ورد الفعل العمودي

(٣) ∵ الجسم على وشك الحركة

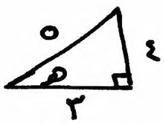
∴ معادلات الاتزان هي

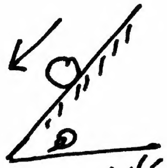


ش = ٢ × ٩,٨ ، ر = ل × ٩,٨ ، ش = م ر

∴ ٢ × ٩,٨ = م × ل × ٩,٨ ∴ ٢ = ٥ م ∴ م = ٢/٥

(٤) ∵ هـ = جتا⁻¹ ٣/٥ ∴ جتا هـ = ٣/٥





∵ الجسم على وشك الانزلاق تحت تأثير وزنه فقط

∴ قياس زاوية ميل المستوى على الأفقي = قياس زاوية الاحتكاك

أي أن هـ = ل ⟸ ظا هـ = ظا ل = م

∴ م = ٤/٣

(٥) ∵ ق١ = ٣ س - ٤ ص ⟸ ق١ = ||ق١|| = √(س² + ص²) = √(٩ + ١٦) = √٢٥ = ٥ ث.كجم

∵ ق٢ = ٨ س + ٦ ص ⟸ ق٢ = ||ق٢|| = √(٦٤ + ٣٦) = √١٠٠ = ١٠ ث.كجم

حيث معيار ق١ ، ق٢ بـ ث.كجم

ميل ق١ × ميل ق٢ = -٤/٣ × ٦/٨ = -٢٤/٢٤ = -١

∴ ق١ ⊥ ق٢ ∴ قياس الزاوية بينهما = ٩٠° (لنفرض أن ى قياس الزاوية بين خطي عمل ق١ ، ق٢)

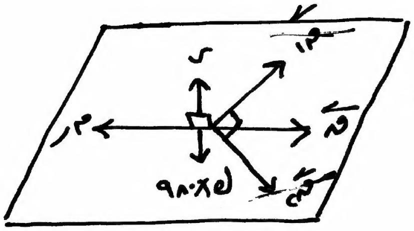
⟸ أو ∵ ق١ ⊙ ق٢ = (٣ ، -٤) ⊙ (٨ ، ٦) = ٢٤ - ٢٤ = ٠

∴ ق١ ⊥ ق٢

⟸ أو جتا ى = (ق١ ⊙ ق٢) / (||ق١|| ||ق٢||) = ٠ / (٥ × ١٠) = ٠ ∴ ى = ٩٠°

⟸ أو ∵ جا ى = ||ق١ × ق٢|| / (||ق١|| ||ق٢||) = ||(١٨ + ٣٢) ع|| / (٥ × ١٠) = ٥٠/٥٠ = ١

∴ ى = ٩٠°



∵ ق = $\sqrt{ق_1^2 + ق_2^2}$ ∴ ق = $\sqrt{٢٥ + ١٠٠}$

ق = ٥ $\sqrt{٥}$ × ٩٨٠ داين

∵ الجسم على وشك الحركة ∴ مقاومات الاحتكاك ق

م = $\frac{١}{\sqrt{٥}}$

ر = ك × ٩٨٠ ، ق = م ر

∴ ٥ $\sqrt{٥}$ × ٩٨٠ = $\frac{١}{\sqrt{٥}}$ × ك × ٩٨٠ ∴ ٥ $\sqrt{٥}$ = $\frac{١}{\sqrt{٥}}$ ك

∴ ك = ٥ $\sqrt{٥}$ × $\sqrt{٥}$ ∴ **ك = ٢٥ جم**

(٦) ∵ م ر = ٦٠ نيوتن ، م = ٠.٧٥ = $\frac{٣}{٤}$ ∴ $\frac{٣}{٤}$ ر = ٦٠

∴ ر = ٦٠ × $\frac{٤}{٣}$ = ٨٠ نيوتن

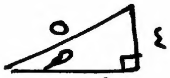
∵ ر̄ = ر $\sqrt{١ + م^2}$

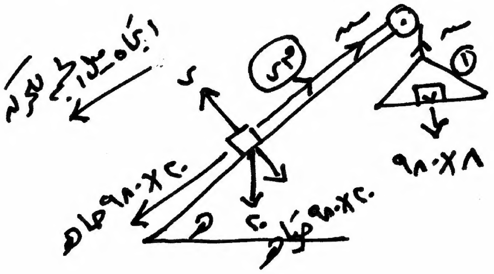
∴ ر̄ = ٨٠ $\sqrt{١ + \frac{٩}{١٦}}$ = ٨٠ $\sqrt{\frac{٢٥}{١٦}}$ = ٨٠ × $\frac{٥}{٤}$ = ١٠٠

ر̄ = ١٠٠ نيوتن

(٧) ∵ م = ١ ∴ ظا ل = ١ ∴ **قياس زاوية الاحتكاك = ٤٥°**

(٨) أولاً:





اتجاه الحركة كما هو مبين بالشكل

$\frac{٤}{٥}$ × ٩٨٠ × ٢٠ > ٩٨٠ × ٨

معادلات الاتزان

ش = ٩٨٠ × ٨ | ر = $\frac{٣}{٥}$ × ٩٨٠ × ٢٠ | ش + م ر = $\frac{٤}{٥}$ × ٩٨٠ × ٢٠

بالتعويض

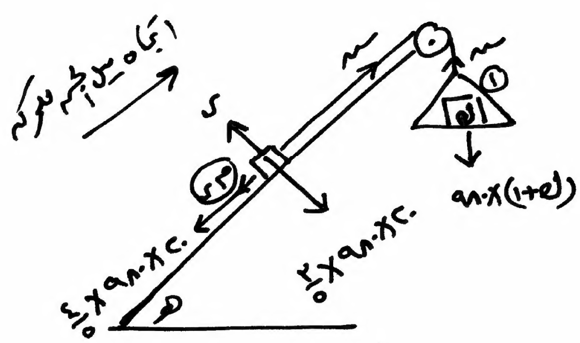
$\frac{٤}{٥}$ × ٩٨٠ × ٢٠ = $\frac{٣}{٥}$ × ٩٨٠ × ٢٠ × م + ٩٨٠ × ٨

١٦ = ١٢ م + ٨

∴ ١٢ م = ٨ ∴ **م = $\frac{٢}{٣}$**

ملحوظة (١٠): أ) عندما تقل يوضع ثقلة يجعل الجسم على وشك الحركة لأسفل
وأكبر " " " " " " لأعلى

(٦)



ثانياً ∵ م = ٢/٣

∵ الخيط متصل بوضع الكفة يجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى

∴ معادلات الاتزان هي

ش = ٩٨٠ × (ل+١) | ر = ٣/٥ × ٩٨٠ × ٢٠ | ش = م ر + ٢٠ × ٩٨٠ × ٤/٥

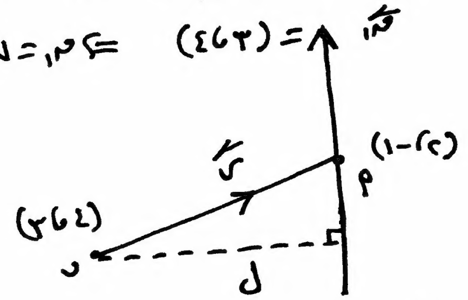
∴ ٩٨٠ × (ل+١) = ٢/٣ × ٩٨٠ × ٣/٥ × ٢٠ + ٢٠ × ٩٨٠ × ٤/٥

ل + ١ = ٨ + ١٦ ∴ ل + ١ = ٢٤ ∴ **ل = ٢٣ جم**

(٩)

(أ) ∵ النقطة أ ∈ خط عمل القوة ق١ ∴ معيار عزم ق١ حول أ = ٠

(ب) ق١ = (٣، ٤) ، ||ق١|| = √(٩ + ١٦) = ٥



ر = ب أ = أ − ب
= (٢، −١) − (٤، ٣)
ر = (−٢، −٤)

∵ جـ‌ب = ر × ق١ = (−٢، −٤) × (٣، ٤) = (−٨ + ١٢) ع

∴ جـ‌ب = ٤ ع ∴ ل = ||جـ‌ب|| / ||ق١|| = ||٤ ع|| / ٥ = ٤/٥

∴ البعد بين النقطة ب وخط عمل ق١ = ٤/٥ وحدة طول

حل آخر: من قانون البعد بين نقطة وخط مستقيم ل = |أ س١ + ب ص١ + جـ| / √(أ² + ب²)

∵ ميل خط عمل القوة = ص/س = ٤/٣ ويمر بالنقطة (٢، −١)

∴ معادلة خط عمل القوة هي

(ص + ١)/(س − ٢) = ٤/٣

٤س − ٨ = ٣ص + ٣

∴ ٤س − ٣ص − ١١ = ٠ ، (٤، ٣)

ل = |٤×٤ − ٣×٣ − ١١| / √(١٦ + ٩) = |−٤| / ٥ = ٤/٥

⑦ $\overrightarrow{\text{أب}} = \vec{\text{ب}} - \vec{\text{أ}} = (٣،٤) - (٢،-١) = (٢،٤)$

$\vec{\text{ق}}_1 = (٣،٤)$

(جـ) المركبة الجبرية (المسقط الجبري) للقوة $\vec{\text{ق}}_1$ في اتجاه $\overrightarrow{\text{أب}}$ $= \dfrac{\vec{\text{ق}}_1 \odot \overrightarrow{\text{أب}}}{\| \overrightarrow{\text{أب}} \|}$

$= \dfrac{(٣،٤) \odot (٢،٤)}{\sqrt{٤+١٦}} = \dfrac{٦+١٦}{٢\sqrt{٥}}$

$= \dfrac{٢٢}{٢\sqrt{٥}} = \boxed{\dfrac{١١}{\sqrt{٥}}} = \dfrac{١١\sqrt{٥}}{٥}$

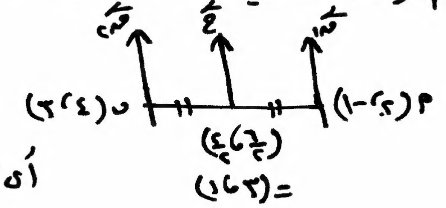
(د) المركبة الاتجاهية للقوة $\vec{\text{ق}}_1$ في اتجاه $\overrightarrow{\text{أب}}$ $= \dfrac{\vec{\text{ق}}_1 \odot \overrightarrow{\text{أب}}}{\| \overrightarrow{\text{أب}} \|^2} \cdot \overrightarrow{\text{أب}}$

$= \dfrac{٢٢}{٢٠} (٢،٤) = \left(\dfrac{٤٤}{٢٠}، \dfrac{٨٨}{٢٠}\right)$

$= \left(\dfrac{١١}{٥}، \dfrac{٢٢}{٥}\right)$

(و) ∵ $\vec{\text{ق}}_1 = \vec{\text{ق}}_2$ ∴ $(٣،٤) = (م،٤) \Leftarrow \boxed{م = ٣}$

∵ القوتان متساويتان وفي نفس الاتجاه ∴ خط عمل المحصلة عمودي منتصف $\overline{\text{أب}}$



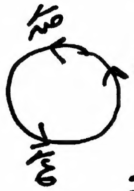
أي أن محصلة القوتين $\vec{\text{ق}}_1$، $\vec{\text{ق}}_2$ تمر بالنقطة (٣،١)

⑩ ∵ $\vec{\text{أ}} = (٢،-٣)$ ، $\vec{\text{ب}} = (١،١)$ ، $\vec{\text{جـ}} = (١،-١)$

∴ $\vec{\text{ب}} \times \vec{\text{جـ}} = (١،١) \times (١،-١) = (-١-١)\,\vec{\text{ع}} = -٢\,\vec{\text{ع}}$

، $\vec{\text{أ}} \times \vec{\text{ب}} = (٢،-٣) \times (١،١) = (٢+٣)\,\vec{\text{ع}} = ٥\,\vec{\text{ع}}$

، $\vec{\text{أ}} + \vec{\text{ب}} = (٢،-٣) + (١،١) = (٣،-٢)$



(أ) $\vec{\text{أ}} \times (\vec{\text{ب}} \times \vec{\text{جـ}}) = (٢،-٣) \times -٢\,\vec{\text{ع}} = (٢\,\vec{\text{س}} - ٣\,\vec{\text{ص}}) \times -٢\,\vec{\text{ع}}$

$= -٤\,\vec{\text{س}} \times \vec{\text{ع}} + ٦\,\vec{\text{ص}} \times \vec{\text{ع}}$

$= -٤ \times -\vec{\text{ص}} + ٦\,\vec{\text{س}} = ٦\,\vec{\text{س}} + ٤\,\vec{\text{ص}}$

(ب) $(\vec{\text{أ}} \times \vec{\text{ب}}) \odot \vec{\text{جـ}} = ٥\,\vec{\text{ع}} \odot (\vec{\text{س}} - \vec{\text{ص}}) = ٥\,\vec{\text{ع}} \odot \vec{\text{س}} - ٥\,\vec{\text{ع}} \odot \vec{\text{ص}}$

$= ٠ - ٠ = \boxed{\text{صفر}}$

(جـ) (أ + ب) ⊙ جـ = (٣، -٢) ⊙ (١، -١) = ٣ + ٢ = ٥

(د) مساحة سطح المثلث المرسوم على ب ، جـ = ||ب × جـ|| / ٢ = ||-٢ع|| / ٢ = ٢/٢

= ١ وحدة مربعة

(١١) ∵ أ ، ب متجها وحدة ∴ ||أ|| = ١ ، ||ب|| = ١

∴ أ ⊙ ب = ||أ|| ||ب|| جتا هـ = ١ × ١ × جتا هـ = جتا هـ ← (١)

∵ أ × ب = (||أ|| ||ب|| جا هـ) ى = (١ × ١ × جا هـ) ى = (جا هـ) ى

∴ ||أ × ب|| = جا هـ ← (٢)

من (١) ، (٢) ينتج

٢ (أ ⊙ ب) ||أ × ب|| = ٢ جتا هـ جا هـ = جا ٢هـ

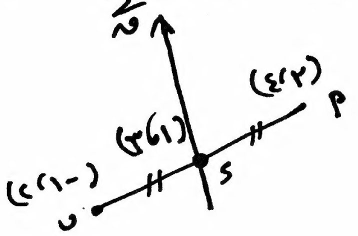
(١٢) جـ = ق٢ - ق١

(١٣) ∵ متجه العزم حول النقطة الأولى = - متجه العزم حول النقطة الثانية للقوة

∴ خط عمل القوة يمر بمنتصف المسافة بينهما

∴ خط عمل القوة يمر بالنقطة (١، ٣)

لأنه جـ = ب



(١٤) ∵ ||أ|| = ||ب|| = ١ لأن أ ، ب متجها وحدة

وكما سبق في (١١) أ ⊙ ب = جتا هـ ، ||أ × ب|| = جا هـ

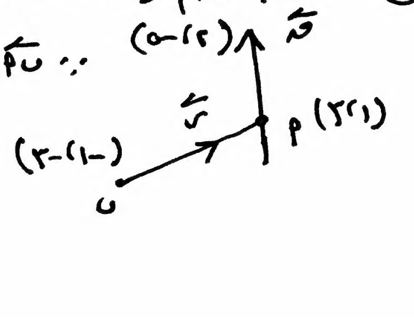
∴ (أ ⊙ ب)² + ||أ × ب||² = جتا²هـ + جا²هـ = ١

(١٥) ∵ متجه عزم القوة ق حول (١، ٣) يساوي صفر ∴ خط عمل القوة يمر بهذه النقطة

∵ ب أ = ر = أ - ب = (١، ٣) - (-١، -٣) = (٢، ٦)

∴ جـب = ر × ق = (٢، ٦) × (٢، -٥)

= (-١٠ - ١٢) ع = -٢٢ ع



(١٦) ∵ ع = ٤ س + ٥ ص خط عمل يوازي خط عمل القوة ق١ = ١٢ س + ل ص

ميل خط عمل الأول = ميل خط عمل الثانية

٥/٤ = ل/١٢ ⟸ ل = ٦٠/٤ = ١٥

∴ ق١ = ١٢ س + ١٥ ص = ٣ (٤ س + ٥ ص)

∴ ق١ = ٣ ع ∴ ق١ > ق٢

∵ ع = ق١ − ق٢ ∴ ٤ س + ٥ ص = ١٢ س + ١٥ ص − ق٢

∴ ق٢ = ١٢ س + ١٥ ص − ٤ س − ٥ ص ⟸ **ق٢ = ٨ س + ١٠ ص**

(١٧) ∵ أ = ٣ س + ٤ ص ، ب = ٨ س − ٦ ص متجهين ولنفرض أن θ قياس زاوية بينهما

∴ جتا θ = (أ ⊙ ب) / (||أ|| ||ب||) = ((٣، ٤) ⊙ (٨، −٦)) / (√٢٥ √١٠٠) = (٢٤ − ٢٤) / (٥ × ١٠) = ٠

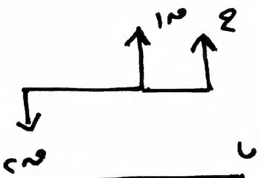
∴ θ = ٩٠°

أو كاستعمال م أ × م ب = ٤/٣ × −٦/٨ = −٢٤/٢٤ = −١ ∴ أ ⊥ ب

∴ θ = ٩٠°

(١٨) ∵ ق١ // ق٢ ، ||ق١|| = ١٠ نيوتن ، ||ع|| = ٦ نيوتن

∵ ع < ق١ ∴ هناك احتمالين



إما

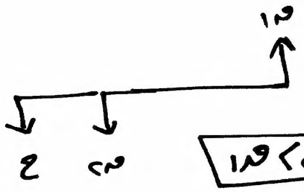
ق١ > ق٢

ع = ق١ − ق٢

٦ = ١٠ − ق٢

∴ ق٢ = ١٠ − ٦

ق٢ = ٤



وإما

ق٢ > ق١

ع = ق٢ − ق١

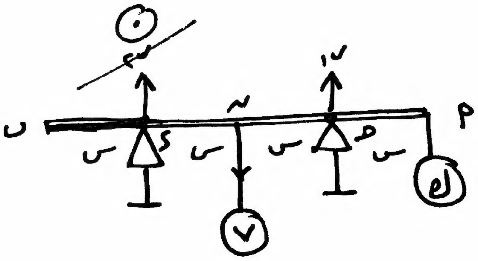
٦ = ق٢ − ١٠

ق٢ = ٦ + ١٠

ق٢ = ١٦

∴ ق٢ ∈ {٤ ، ١٦}

(١٩)



بفرض أن أ هـ = ب د = ½ د هـ = س

∴ أ هـ = س

ب د = س

د هـ = ٢س

∵ القضيب منتظم ∴ الوزن يؤثر في المنتصف ∴ هـ م = م د = س

ويفرض أن أكبر ثقل يجب تعليقه عند أ دون أن يختل التوازن هو ك ∴ **ر٢ = ٠** الضغط عند د

معادلات الاتزان

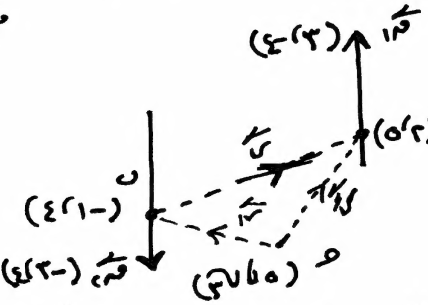
ر١ = ك + ٧ | ج_هـ = ٠

ر١ = ٧ + ٧ | −ك × س + ٧ × س = ٠ ∴ **ك = ٧** أكبر ثقل

ر١ = ١٤ الضغط عند هـ

(٢٠) نقطة خط عمل المحصلة تمر بنقطة أ (٢١) غير متزنة

(٢٢) ∵ ق١ ، ق٢ تكونان ازدواج ∴ ق١ = − ق٢ متضادتان في الاتجاه ∴ **أ = −٣**



ر = ب أ = أ − ب
= (٢، ٥) − (−١، ٤)
= (٣، ١)

ر = هـ أ = (٢، ٥) − (٥، √٣)
= (−٣، ٥ − √٣)

(أ) ج_ب = ر × ق١ (متجه عزم الازدواج)

= (٣، ١) × (٣، −٤) = (−١٢ − ٣) ع = −١٥ ع

∴ معيار عزم الازدواج = ||−١٥ ع|| = ١٥

(ب) ج_هـ = ر × ق١ + ر١ × ق٢

ر١ = هـ ب
= (−١، ٤) − (٥، √٣)
= (−٦، ٤ − √٣)

= (−٣، ٥ − √٣) × (٣، −٤) + (−٦، ٤ − √٣) × (−٣، ٤)

= (١٢ − ١٥ + ٣√٣) ع + (−٢٤ + ١٢ − ٣√٣) ع

= (−٣ + ٣√٣) ع + (−١٢ − ٣√٣) ع = −١٥ ع

ملاحظة: مجموع عزوم القوتين حول أي نقطة في مستويهما = عزم الازدواج الناتج من القوتين نفسها

(٢٣) أ = (٢ ، ٣) ، ب = (-١ ، ٧) ، ق = (٢٠ ، -١٥)

أب = ب - أ = (-١ ، ٧) - (٢ ، ٣) = (-٣ ، ٤)

∴ مركبة ق في اتجاه أب (مركبة اتجاهية) = $\frac{ق \odot أب}{\|أب\|^2}$. أب

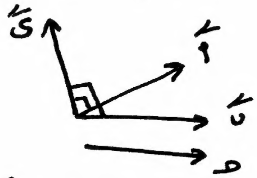
= $\frac{(٢٠ ، -١٥) \odot (-٣ ، ٤)}{(\sqrt{٢٥})^2}$ (-٣ ، ٤)

= $\frac{-٦٠ - ٦٠}{٢٥}$ (-٣ ، ٤) = $\frac{-١٢٠}{٢٥}$ (-٣ ، ٤) = $\frac{-٢٤}{٥}$ (-٣ ، ٤)

= ($\frac{٧٢}{٥}$ ، $\frac{-٩٦}{٥}$)

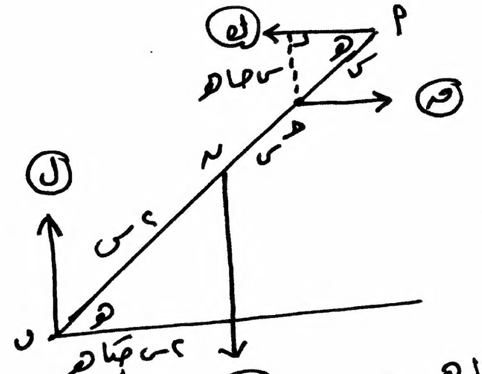
(٢٤) ∵ أ × ب = متجه عمودي على كل من أ ، ب ، ج في نفس مستوى أ ، ب

∴ (أ × ب) ⊙ ج = ٠



(٢٥) لهما نفس الاتجاه ونفس المقدار (ج١ = ج٢) ، محصلتهما تلاشي (متقدم)
(ج١ + ج٢ = ب)

(٢٦) خطأ



(٢٧) (ق ، ك) تكون ازدواج وليكن ج١
(١٢ ، ل) تكون " " ج٢
∴ المجموعة متزنة

||ج١|| = ||ج٢||

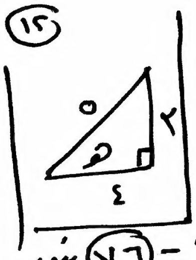
ق × س جاهـ = ١٢ × ٢س جتاهـ

ق × $\frac{٣}{٥}$ = ١٢ × ٢ × $\frac{٤}{٥}$

ق = ٨ × ٤ = ٣٢

ق = ك = ٣٢ ، ل = ١٢

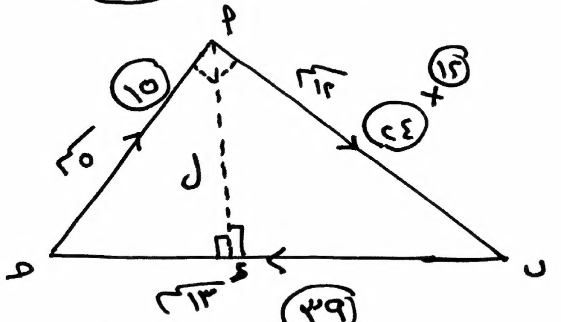
∴ ٤ أ ب = هـ ب = هـ س
أ م = م ن = س
ن ب = ٢س



∴ ق + ك + ل = ٣٢ + ٣٢ + ١٢ = (٧٦) نيوتن

(٢٨) ∵ جـ١ ، جـ٢ متزنان ∴ جـ١ + جـ٢ = ٠ ∴ جـ٢ = −جـ١ = −١٠ع

∴ جـ١ − جـ٢ = ١٠ع − (−١٠ع) = ١٠ع + ١٠ع = ٣٠ع



(٢٩) (أ) مجموع عزوم القوى حول أ

= ٠ + ٠ − ٢٩ × ل

= − ٢٩ × (١٢ × ٥)/١٣

= −١٨٠

(ب) مجموع العزوم حول ب = ٠ + ٠ − ١٥ × ١٢ = −١٨٠

(جـ) مجموع العزوم حول جـ = ٠ + ٠ − ٢٤ × ١٥ = −١٢٠

(د) مقدار القوة التي تضاف هي ١٢ نيوتن وتؤثر

في اتجاه أب

معيار العزم = ٢ × مساحة △ أ ب جـ × وحدة قوة / وحدة طول

= ٢ × (½ × ١٢ × ٥) × ٣

= ١٢ × ١٥ = ١٨٠

ملاحظة: بعد الإضافة جـأ = جـب = جـجـ = عزم الازدواج

= −١٨٠

ومعياره = ١٨٠ نيوتن.سم

---

(٣٩)

من هندسة الشكل

ق(أ) = ٩٠°

ل = (١٢ × ٥)/١٣

١٥/٥ = ق/١٢ = ٣٩/١٣ = م

ق = (١٢ × ١٥)/٥

ق = ٣٦

القوة التي تضاف = ٣٦ − ٢٤

= ١٢

في اتجاه أب

١٥/٥ = ٣٦/١٢ = ٣٩/١٣ = م = ٣

وحدة قوة لكل وحدة طول

---

(٣٠) ∵ المجموعة تكون ازدواج

∵ جـم = جـن = جـهـ ∴ جـن + جـهـ = ٢٢ع

∴ جـن = جـهـ = ١١ع ∴ جـم = ١١ع أيضاً

مع أطيب التمنيات

م/ عبد اللطيف غزال